Exercices à savoir résoudre pour entrer en $4^{ème}$ G.

Les puissances à exposants entiers.

1. Utilise les propriétés des puissances pour simplifier les expressions suivantes :
   a) $\left(3a^{-3}b^{4}\right)^{3}.\left(-2a^{-2}b\right)^{2} =$
   b) $\dfrac{\left(-4x^{3}y^{-2}z\right)^{-3}}{2^{-4}x^{-7}y^{-1}z} =$
   c) $\left(\dfrac{-156a^{6}b^{-5}c^{-2}}{81a^{-4}b^{-8}c^{3}}\right)^{-2} =$
2. Ecris en notation scientifique :
   a) 8502500 =
   b) 0,00476 =
   c) 351,28 =
3. Calcule en utilisant la notation scientifique :
   a) $2000^{4} =$
   b) $\left(-5000^{2}.0{,}001^{-3}\right)^{2} =$
   c) $\dfrac{(40)^{-2}.5000^{3}}{\left(200^{-5}.25^{2}\right)^{2}} =$

Les produits remarquables.

1. Effectue les produits remarquables :

$(x+y)^2 =$

$(a+5)^2 =$

$(3b+2c)^2 =$

$(x+4y)^2 =$

$(6b+5a)^2 =$

$(a^3+2b)^2 =$

$(2ab+3a^2)^2 =$

$(x^2+3y^3)^2 =$

$(7a^4+5b)^2 =$

$(6a^3c+b^5)^2 =$

$\left(\dfrac{a}{2}+\dfrac{b}{3}\right)^2 =$

$\left(\dfrac{2x}{5}+\dfrac{10y}{3}\right)^2 =$

$\left(\dfrac{4a}{7}+\dfrac{7b}{4}\right)^2 =$

$\left(\dfrac{x}{8}+\dfrac{12}{y}\right)^2 =$

$\left(\dfrac{1}{a}+a\right)^2 =$

$(2x+3y^3)^2 =$

$(x-3)(x+3) =$

$(a+1)(a-1) =$

$(3a-2)(3a+2) =$

$(-5x+2)(5x+2) =$

$(a^2+5)(-5+a^2) =$

$(x^3-7y)(x^3+7y) =$

$(a^3b^2-x)(x+a^3b^2)=$

$(x^4y^5+1)(x^4y^5-1)=$

$(x-5)(-x-5)=$

$\left(\frac{1}{3}-x\right)\left(\frac{1}{3}+x\right)=$

$\left(\frac{a}{2}+\frac{x}{5}\right)\left(\frac{a}{2}-\frac{x}{5}\right)=$

$\left(\frac{b}{4}-3\right)\left(3+\frac{b}{4}\right)=$

2. Effectue puis réduis les termes semblables :

$(a+2)(a-2)(a^2+4) =$

$(x^2-1)(x^2+1)(x^4-1) =$

$(x+1)^2 - (3-4x)^2 + (2+3x)(2-3x) =$

$(-3-2x)^2 - (x+3)(x-3) - (-2x+4)^2 =$

$x(x^2-x+1) - (-x-1)(x+1) =$

$(-x-2)^2 + (-x-3)(3-x) - (5-3x)^2 =$

Les nombres réels.

1. Utilise la calculatrice pour :
   - arrondir $\sqrt{271}$ au 0, 01 près
   - arrondir $\sqrt{956}$ à 10^{-2} près
2. Simplifie les radicaux suivants, rends rationnel le dénominateur si nécessaire :

   $\sqrt{252}$ $\qquad \sqrt{\frac{225}{50}}$ $\qquad \frac{-5}{4}\sqrt{32}$ $\qquad -\frac{\sqrt{216}}{18}$
3. Effectue :

   $5\sqrt{32}-2\sqrt{75}+\sqrt{2}-4\sqrt{27}=$

   $2\sqrt{5}.\left(\sqrt{125}-\sqrt{15}\right)=$

   $\left(\sqrt{6}-\sqrt{18}\right).\left(2\sqrt{2}+\sqrt{24}\right)=$

   $\left(\sqrt{44}+3\right)^2=$

   $\left(5\sqrt{2}-3\sqrt{5}\right)^2=$

   $\left(\sqrt{6}-8\sqrt{2}\right).\left(\sqrt{6}+8\sqrt{2}=\right)$

La factorisation.

$3x^2-3y^2=$

$ax+bx+ay+by=$

$5x^4+10x^2+5=$

$(a+b).(x-y)+5.(x-y)-3a.(y-x)=$

$(2a-b)^2 - a^2 =$

$x^6 - 2x^3 + 1 =$

$(a+b)^3 - (a+b)^2 =$

$(2a+b)^2 - (a-2b)^2 =$

$24x - x^2 + 4 - 6x^3 =$

$2x^3 - 3x - 20 =$

$ax^2 - ay^2 - bx^2 + by^2 =$

$9x^3y + 12x^2y^2 + 4x^3y =$

$(4x-3)^2 - (2x+1)^2 =$

$9x^2.(5x-3) - 16.(5x-3) =$

$(2x-3y).(4x^2-2) + (3y-2x).(12x-11) =$

$x^5y^4 - x =$

$x^6 - 8x^5 + 16x^4 =$

$6x^2y + 3xy - 9x^3y^2 =$

$x^3 - 7x^2 + 15x - 9 =$

$16x^2.(3x-1) + 8x.(1-3x) + (3x-1) =$

__Les équations.__

$7x - 15 = 6 + 2x$

$\frac{2x}{3} = -5$

$5x = 0$

$8x - (1+2x) = -3.(x-4)$

$\frac{x+2}{5} + \frac{2x}{3} = \frac{x}{3} + \frac{x+5}{4}$

$\frac{1-x}{2} - \frac{2x+5}{5} = 2 - \frac{x-4}{10}$

$(3x-2)^2 - 5x^2 = (2x+5)^2$

$\frac{-2}{x+2} = \frac{5}{2x-3}$

$(2x-1).\left(\frac{1}{3}x+4\right).5x = 0$

$7x - x^2 = 0$

$72x^2 = 50x$

$(3x-2)^2 = (2x+5)^2$

$(3x-2).(4-5x) + (5x-4).(5x+1) = 0$

$2x^3 + x^2 - 3x = 0$

$16x^2 - 24x + 9 = 0$

$x^3 - x^2 - x + 1 = 0$

Les inéquations.

Résous les inéquations suivantes, représente l'ensemble solutions sur un axe et sous forme d'intervalle :

$$1-(x-2)\ \phi\ x-(1+3x)$$

$$\frac{x+5}{10} \leq 2x-\frac{7}{5}$$

$$\frac{5x-4}{6}-9 \geq \frac{2x+7}{3}-8$$

$$\frac{x-3}{4}-\frac{x-4}{5}\ \pi\ \frac{x-2}{2}$$

$$\frac{7x-8}{3}-\frac{7x-2}{2} \leq \frac{2x-5}{3}$$

Les fractions rationnelles.

1. Simplifie les fractions (n'oublie pas les CE) :

$$\frac{6ax}{3bx}$$

$$\frac{-15a.(b-c)}{5b.(b-c)}$$

$$\frac{-56a^8b^9c^5}{14a^2b^2c^8}$$

$$\frac{3x^2-xy}{6xy-2y^2}$$

$$\frac{x^2-6x+9}{x^2-9}$$

$$\frac{a^2+1+2a}{4a+4}$$

$$\frac{9x-x^3}{3x^2-27}$$

$$\frac{x^2-5x+6}{2x-6}$$

$$\frac{3x^3+3x^2+x+1}{3x^3+x}$$

$$\frac{30x^3+15x}{4x^4-1}$$

2. Opérations sur les fractions :- Somme et différence

$$-\frac{2x}{3}+\frac{5x}{2}+x=$$

$$\frac{3x}{a}+\frac{y}{2a}-5=$$

$$\frac{a-b}{b}-\frac{a+b}{2b}-1=$$

$$\frac{2x}{x^2-4}+\frac{3x}{2x+4}=$$

$$\frac{2}{a^2+ab}+\frac{5}{ab+b^2}=$$

$$\frac{x}{x^2-1}+\frac{5}{x^2-2x+1}=$$

$$\frac{a}{a^2-b^2}+\frac{b}{a-b}=$$

$$\frac{7b^2}{a^2-9b^2}+\frac{a}{a-3b}+\frac{b}{3b-a}=$$

$$\frac{2}{x^2-7x+12}-\frac{3}{x-3}+\frac{4}{x-4}=$$

$$\frac{x-y}{x^2+4xy+4y^2}+\frac{3x}{x^2-4y^2}=$$

- Produit et quotient

$$\frac{8}{2x+2y}\cdot\frac{3x+3y}{5}=$$

$$\frac{a^3-ay}{a^2-a+1}\div\frac{a^4-y^2}{a^3-1}=$$

$$\frac{x^2-4}{5x}\div\frac{x^2-4x+4}{x^2}=$$

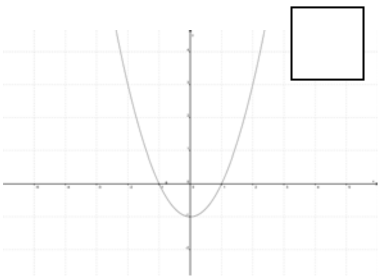
$$\left[\frac{1}{a+1}+\frac{1}{a-1}\right]\cdot\frac{1-a^2}{2a}=$$

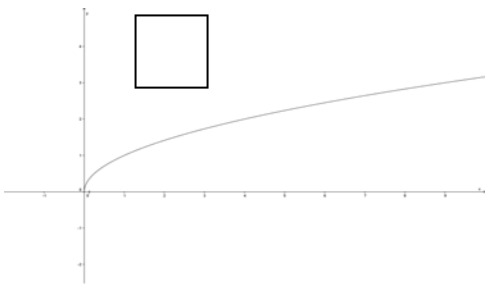
$$\frac{x^2-16}{5}\cdot\frac{15}{2x+8}=$$

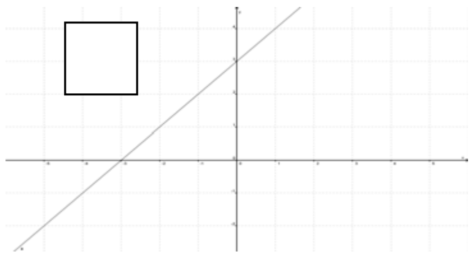
$$\frac{\dfrac{x-y}{x+y}}{\dfrac{x^2-y^2}{x^2+2xy+y^2}}=$$

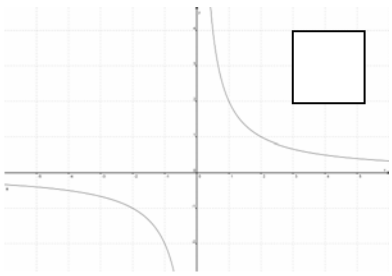
Les fonctions de référence.

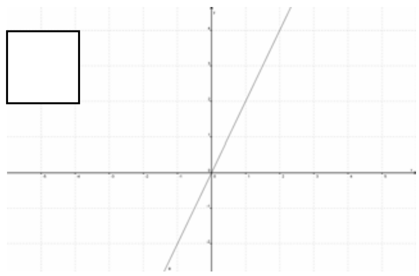
Associe à chaque graphique sa fonction :

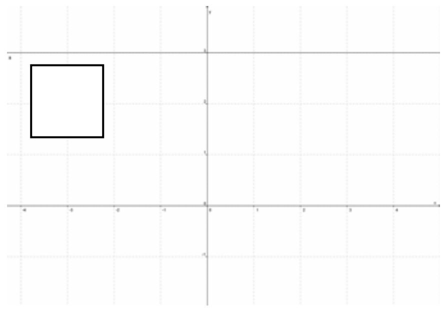












$f_1(x)=2x$

$f_2(x)=x^2-1$

$f_3(x)=\dfrac{1}{x}$

$f_4(x)=x+3$

$f_5(x)=3$

$f_6(x)=\sqrt{x}$

Les fonctions du 1^er^ degré.

a)Pour chaque fonction : - caractérise-la ;
- donne la valeur du coefficient de direction et de l'ordonnée à l'origine ;
- construis la droite qui lui correspond.

b) Pour chacune des fonctions, détermine : - la ou les racines ;
- f(1) ;
- sur le graphique f( ) = 3.

- .

$f_1(x)=2x-3$

$f_2(x)=x-\frac{1}{2}$

$f_3(x)=\frac{7}{2}x$

$f_4(x)=-6x+3$

$f_5(x)=3x$

$f_6(x)=\frac{-5}{4}$

Equations de droites.

1) a) Quelle est la position relative des droites suivantes ?

b) Vérifie sur un graphique muni d'un repère orthonormé.

$$d \equiv y=5x \quad et \quad e \equiv y=5x+4$$
$$f \equiv y=-x+4 \quad et \quad g \equiv y=x+7$$
$$h \equiv 5x-4y=0 \quad et \quad i \equiv 4x-5y=2$$
$$j \equiv 6x=8 \quad et \quad k \equiv 3y-1=0$$

2) Dans chaque cas, détermine l'équation de la droite.

a passe par (0 ;0) et a comme coefficient -2 ;
b passe par (2 ;1) et a comme coefficient 5 ;
c passe par (-4 ;2) et (-3 ;1) ;
d passe par (5 ;-2) et est parallèle à la droite $z \equiv y=-4x+1$;
e passe par (-4 ;2) et est parallèle à la droite $t \equiv 3y-x+1=0$;
f passe par (-8 ;2) et (-3 ;2) ;
g passe par (-4 ;2) et (-4 ;1) ;
h passe par (-4 ;2) et est perpendiculaire à la droite $t \equiv 3y-x+1=0$;
i passe par (5 ;-2) et est parallèle à la droite qui passe par (-4 ;0) et (0 ;1) .

Systèmes de 2 équations à 2 inconnues.

1) Résous les systèmes suivants par les méthodes de substitution et graphique.

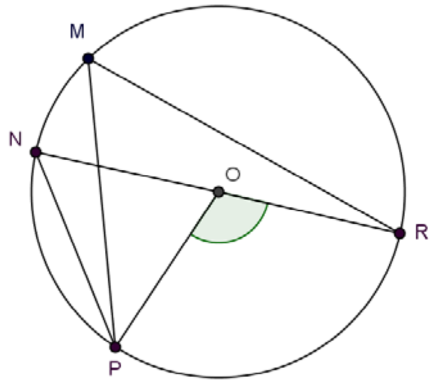
$$\begin{cases} x-y=-2 \\ 3x-9y=1 \end{cases} ; \begin{cases} x+8y=5 \\ 2x-y=4 \end{cases} ; \begin{cases} 3x-y=-5 \\ 4x=-3y+4 \end{cases} ; \begin{cases} 3x+2y=0 \\ 4x-y=2 \end{cases}$$

2) Résous les systèmes suivants par les méthodes des combinaisons et graphique.

$$\begin{cases} 2x-9y=1 \\ x+y=-5 \end{cases} ; \begin{cases} 4x-2y=-2 \\ -2x+3y=12 \end{cases} ; \begin{cases} 2x+3y=-9 \\ 4x=3y+27 \end{cases} ; \begin{cases} 3x+2y=0 \\ 4x-y=2 \end{cases}$$

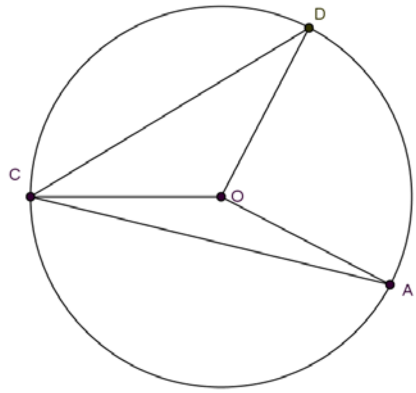
Les angles.

1) le cercle de centre O a pour diamètre [NR] et $|\widehat{POR}|$=110° .



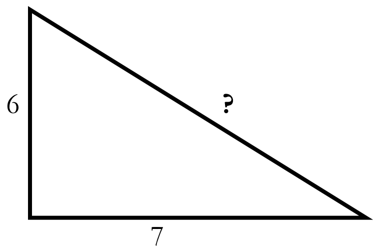
   a) Détermine l'amplitude de l'angle $\widehat{PMR}$. Justifie.
   b) Détermine l'amplitude de l'angle $\widehat{RMN}$. Justifie.
   c) Déduis-en l'amplitude des angles $\widehat{NMP}$ et $\widehat{NRP}$.

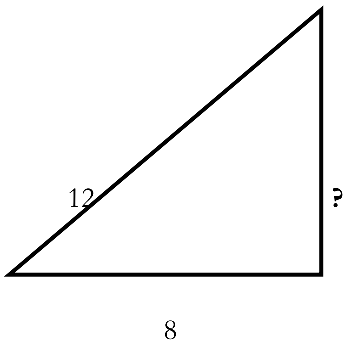
2) O est le centre du cercle passant par A, D et C.
$|\widehat{AOD}|$=50° et $|\widehat{DOC}|$=150°, détermine l'amplitude
Des angles du triangle ADC.



Le théorème de Pythagore.

1) Calcule la longueur du côté qui manque



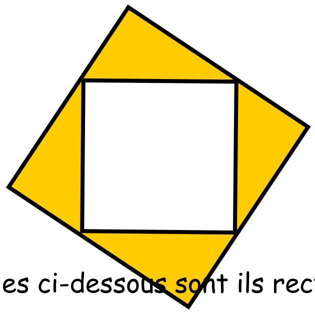


2) On a un rectangle dont les sommets se nomment EFGH. Sa longueur mesure 15 cm et sa largeur 9 cm. Calcule la longueur de ses diagonales.

3) Tracer un triangle ABC rectangle en A tel que |AB| = 3,8 cm et |AC|= 3 cm. Soit M le milieu de [BC]. Calculer |MC|.

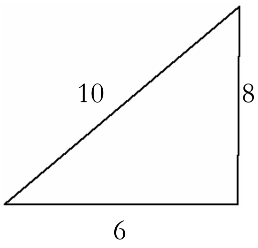
4) Le coin du carré blanc est à 4 cm du coin du grand carré. Le côté du grand carré mesure 10 cm.
Quelle est l'aire du carré blanc ?

5) L

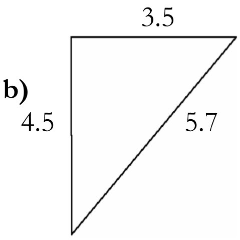


es triangles ci-dessous sont ils rectangles ?

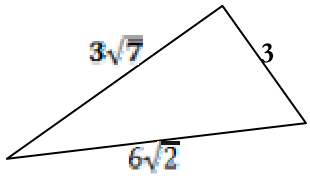
a)



b)



c)

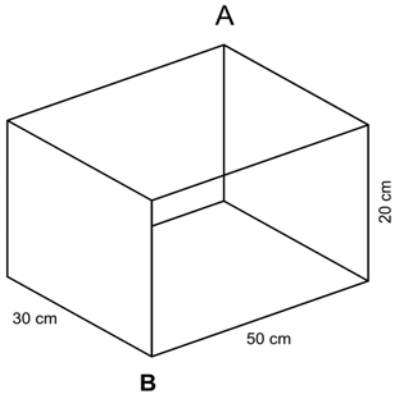


6)

e dois fabriquer une tige de bois pour la placer entre les points A et B de ce carton.

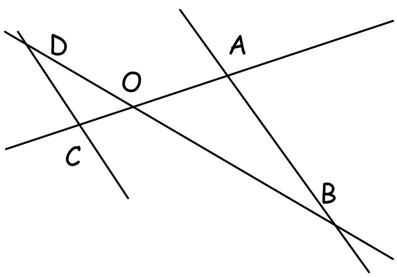
Quelle longueur devra-t-elle avoir exactement ?

Justifier avec des calculs !



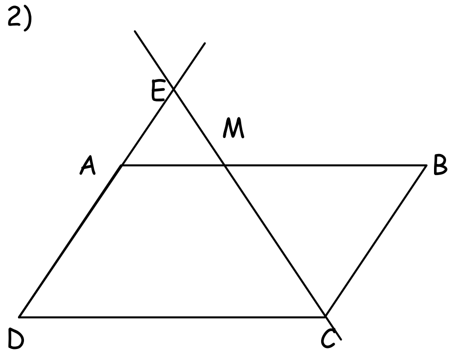
<u>Le théorème de Thalès et figures semblables.</u>

1)



AB □ CD et AC □ BD.
|OA|=8 ; |OB|=10 ; |OC|=2 et |DC|=1,5.
Calcule |AB| et|OD|.

2)



|AB|=8 ; |AD|=4,5 et |AE|=1,5, calcule |AM|

Place le point N sur le segment [DC] tel que :
|DN|= $\frac{3}{4}$.|DC|. Démontre que les droites AN et EC sont parallèles.